Méthodes statistiques
Solutions Chapitre 4

Problème 4.1 0,0852.
Problème 4.2 0,027298.
Problème 4.3 a) 0,2618 b) 0,2461 c) 0,4920.
Problème 4.4 a) 0,2545 b) 0,6855 c) 0,05995 d) 0,94.
Problème 4.5 0,6778.
Problème 4.6 2.
Problème 4.7 a) 0,1875 b) 4
Problème 4.8 $P(X = 8) = 0{,}046514$. $P(X \geq 8) = 0{,}27908$.
Problème 4.9 0,00077.
Problème 4.10 0,12511.
Problème 4.11 a) 0,015625 b) 0.
Problème 4.12 300.
Problème 4.13 0,1088.
Problème 4.14 0,0238.
Problème 4.15 26 %.
Problème 4.16
Avec la loi binomiale : 0,17060560; avec la loi de Poisson : 0,16803136.
Avec la loi hypergéométrique : 0,170 613 95.
Problème 4.17 a) 0,4233 b) Espérance : 0,7864.
Problème 4.18 0,0271.
Problème 4.19
a) La probabilité d'un écart aussi important est 0,351 7. La preuve de l'efficacité du produit n'est pas faite.
b) Si le produit n'a pas d'effet la probabilité d'un écart (par rapport au nombre attendu) est 0,019 5, assez petite pour nous permettre de conclure que le produit est efficace.
c) Un écart donnée est jugé important ou pas selon la taille de l'échantillon. Dans un grand échantillon, un écart important est improbable et par conséquent ne peut pas être attribué au hasard.
Problème 4.20
La probabilité de réussir aussi souvent que lui est 0,000 000 786. Nous devons conclure que la probabilité de succès pour ce magicien est supérieure à la normale.
Problème 4.21
La probabilité de réussir à autant de questions est pour quelqu'un qui répond sans avoir lu le texte est 0,032 14. On conclut que le test est imparfait.
Problème 4.22
Si les gens n'ont aucun pouvoir particulier de surseoir à leur mort, la probabilité d'un nombre aussi important de « succès » est 0,01296, probabilité plutôt faible. On peut conclure que la probabilité de mourir le jour de l'anniversaire est plus élevée que pour un jour quelconque.
Problème 4.23
a) $E(X) = 6$, et $P(|X - 6| \geq 5) = 0{,}014\ 52$.
b) Il y a des raisons de douter que la valeur de p est 0,4. Elle est probablement plus élevée que cela.
Problème 4.24
Si ce village n'a pas été affecté pas les dépôts chimiques, alors la probabilité d'un nombre de personnes atteintes aussi important que celui qui a été observé (8) est de 0,00100—si faible qu'on juge que l'écart ne peut s'être produit par hasard.
Problème 4.25
a) 0,127106 b) 0,03796 c) 0,5370941
d) On doit fixer la règle suivante : on rejette le lot si $X \geq 5$. On aura alors : P(rejeter un lot dans lequel il y a 5% de défectueuses) = 0,00716 ≤ 1%. La règle : on rejette le lot si $X \geq 4$ ne satisfait pas cette condition.
e) 0,9020064.
f) En changeant la région de rejet de $\{X \geq 3\}$ à $\{X \geq 5\}$, on réduit les chances de rejeter un bon lot, une bonne chose, mais en revanche, on augmente les chances d'accepter un mauvais lot.
Problème 4.26 a) 0,125 b) Espérance : 3; Variance : 2.
Problème 4.27
La probabilité qu'une femme ou moins soit sélectionnées est 0,013 4. Il est difficile de croire que la très faible représentation de femmes engagées est due au simple hasard.
Problème 4.28 0,9920.
Problème 4.29 0,1755.
Problème 4.30
a) $E(Y) = 2{,}5415$; $\sigma_X = 1{,}979318$.

b) $E(Y) = 11{,}09$; $\sigma_Y = 10{,}57$.
c) $E(Z) = 25{,}41$; $\sigma_Z = 6{,}26$.

Problème 4.31 a) 0,3955 b) Il faudra que vous étudiiez au moins 12 sujets sur 20.

Problème 4.32

a) Soit α le nombre moyen de défauts par plaque; et par λ le nombre moyen de défauts pour un échantillon de 25 plaques. P(rejeter le lot | $\alpha = 0{,}10$) = 0,242424
b) 0,03827 c) 0,5162 d) 0,26503
e) On rejette le lot si $X \geq 6$. La probabilité de rejeter à tort sera de 0,0420.
f) 0,61596 g) 0,04202
h) En changeant la règle de rejet de $\{X \geq 4\}$ à $\{X \geq 6\}$, on fait augmenter la probabilité d'accepter un mauvais lot.
i) En changeant de procédure, nous avons fait passer la probabilité de rejeter un bon lot de 0,242424 à 0,04202.
j) Nous avons deux types d'erreur possibles : rejeter H_o à tort, ou accepter H_o à tort. Les probabilités de ces erreurs sont présentées dans le tableau suivant pour les deux procédures :

		Probabilité d'accepter un lot inacceptable ($\alpha = 0{,}20$)	Probabilité de rejeter un lot acceptable ($\alpha = 0{,}1$)
Règle utilisée	On rejette le lot si $X \geq 4$	0,2650	0,2424
	On rejette le lot si $X \geq 6$	0,6160	0,0420

La procédure 2 a permis de réduire la probabilité de rejeter H_o à tort ; mais a fait croître la probabilité *d'accepter* H_o à tort.

Problème 4.33

a) $\sigma_X = \sqrt{90} > \sigma_{y} = \sqrt{2}$ b) $\sigma_X < \sigma_Y$ c) $\sigma_X > \sigma_Y$ d) $\sigma_X > \sigma_Y$ e) $\sigma_X > \sigma_Y$
f) $\sigma_X < \sigma_Y$ g) $\sigma_X < \sigma_Y$

Problème 4.34 9486,833.

Problème 4.35 a) 0,216 b) 0,06948 c) 1,5.

Problème 4.36 a) 0,1009 b) 0,29585 c) 0,1708.

Problème 4.37 a) 0,1839 b) 0,2642 c) 0,2240 d) 0,0498.

Problème 4.38

a) 0,111091.
b) La probabilité d'un nombre de succès aussi élevé que celui observé est 0,0371. Cette probabilité est plutôt petite et nous fait douter de la valeur $p = 15$ %.
c) La probabilité que le nombre de ventes soit aussi élevé que 40 est 0,2594. Donc pour l'instant nous acceptons l'hypothèse que les nouveaux critères n'ont rien changé.
d) Le nombre total de ventes n'est peut-être pas de loi binomiale étant donné que les vendeurs n'ont probablement pas tous la même probabilité de succès.
e) Nous concluons que le taux de vente global est probablement assez proche de 15 %, mais que le pourcentage varie d'un vendeur à un autre.

Problème 4.39

a) Cette valeur de λ ($\lambda = 5$) n'est pas plausible.
b) La probabilité est 0,3679. Nous considérons l'hypothèse ($\lambda = 1$) plausible.
c) Ayant observé 0 erreur dans la page, nous pouvons affirmer avec confiance que λ n'est pas supérieur à 3.

Problème 4.40

a) Dans 30 tables, on s'attend à en trouver en moyenne 1,875 dans lesquelles il n'y a aucune femme ; et on s'attend à trouver (en moyenne) 7,5 tables avec exactement une femme.
b) Avec une probabilité estimée de 45 % (proportion de femmes dans les 30 tables), on s'attend, sur un effectif total de 30, à observer les effectifs suivants (obtenus en multipliant les probabilités par 30 :

x	0	1	2	3	4	Total
Fréquence théorique	0,091 51	0,299 48	0,367 54	0,200 48	0,041 01	1
Effectif théorique	2,745 19	8,984 25	11,026 13	6,014 25	1,230 19	30
Effectif observé	8	4	10	2	6	30

Les différences entre les effectifs observés et les effectifs théoriques sont importantes, et suggèrent que le modèle binomial ne convient pas à la variable « nombre de femmes dans une table de 4 » : le nombre de femmes est trop souvent 0 ou 4.

Problème 4.41

a) On estime λ par $\overline{y} = 4{,}24$.
b) Voici la distribution de Y et l'effectif attendu sur 100 :

y	0	1	2	3	4	5	6
$P(Y = y)$	0,014	0,061	0,129	0,183	0,194	0,164	0,116
	4	1	5	0	0	5	3
Fréquences observés	0,03	0,05	0,12	0,18	0,24	0,14	0,12
y	7	8	9	10	11	12+	
$P(Y = y)$	0,070	0,037	0,017	0,007	0,002	0,001	
	4	3	6	5	9	5	
Fréquences observées	0,06	0,01	0,02	0,00	0,01	0,02	

c) Les différences entre les fréquences observées et celles qu'on devrait normalement observer lorsque la variable est de loi de Poisson ne sont pas très importantes. Le modèle de Poisson peut donc être retenu pour l'instant.

Problème 4.42

a) Soit $\hat{p}$ la proportion échantillonnale de logements avec détecteur de fumée. Distribution de $\hat{p}$:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\hat{p}$	0,000	0,100	0,200	0,300	0,4	0,500	0,600	0,700	0,800	0,9	1
$p(\hat{p})$	0,028	0,121	0,233	0,267	0,2	0,103	0,0375	0,00900	0,001447	0,000137 8	0,0000059 0

b) P(| $\hat{p}$ - 0,3| > 0,1) = 0,4997.

Problème 4.43

On mène une expérience afin de déterminer si une nouvelle lame de rasoir est meilleure que l'ancienne. 36 hommes y participent. On leur demande de se raser un côté du visage avec la vielle lame et l'autre avec la nouvelle, et de dire laquelle est meilleure. La vielle lame et la nouvelle ont une allure identique et les sujets ne peuvent pas les distinguer visuellement. Supposons que 30 des 36 hommes trouvent la nouvelle lame meilleure. Peut-on conclure qu'il y a vraiment une différence entre les deux types de lames ? Présentez votre argument clairement : énoncez votre hypothèse, exprimez votre conclusion dans les termes du contexte.

Sous l'hypothèse que les lames ne sont pas réellement différentes, on s'attend à ce que 18 des 36 sujets choisissent la nouvelle lame. Le nombre observé, 30, présente un écart de 12 par rapport au nombre attendu. La probabilité d'un tel écart est 0,000 069 6. Il y a bel et bien une différence perceptible entre les deux sortes de lame et les sujets ont une certaine préférence pour la nouvelle.

Problème 4.44

Un agent de voyages voudrait proposer à ses clients un nouveau produit : une croisière de luxe qu'il peut acheter à 5 000 \$ et qu'il vendrait au détail à 15 000 \$ (pour un couple). Mais étant donné qu'un billet non vendu occasionne une perte sèche de 5 000 \$ (pas de retour permis), il achètera un seul billet pour commencer. Vous considérez que le nombre de clients-couples intéressés est une variable de loi de Poisson de paramètre $\lambda = 0,4$. Devrait-il acheter ce billet ?

L'agent perdra 5000 \$ (un gain de -5000) avec une probabilité de $e^{-0,4} = 0,67032$; et il gagnera 10 000 \$ avec probabilité $1 - e^{-0,4} = 0,32968$. Son espérance de gain est donc de -54,89 \$. Il ne devrait pas acheter ce billet, à moins d'avoir des raisons de marketing ou de publicité pour le faire.

Problème 4.45 a) 0,2381 b) 4,079831 c) 7,408 835 d) 178,8854 e) 400 \$. f) 2721,918.

Problème 4.46 a) 36 b) 25 c) 36,64

Problème 4.47 a) 11,25 b) (i) 192 b) (ii) 1125

Problème 4.48 42,32.

Problème 4.49 a) Espérance : 50; Variance : 6,25. b) Espérance : 85; Variance :10,25. c) 0,04611686.

Problème 4.50 a) 0,5142857 b) 0,01428571.

Problème 4.51 89,81 %.

Problème 4.52 1,751065.

Problème 4.53 a) 2400 b) Espérance : 255,667; Variance : 177,778.